第9章　機械的予測法

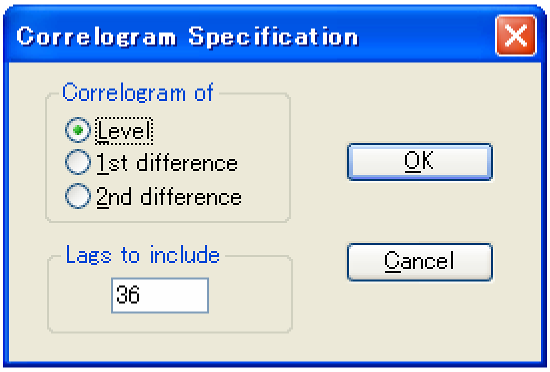
ＡＲＩＭＡモデルによる推計と予測

ラグの決定

コレログラム

　コレログラムを調べたい系列のオブジェクトを開く。

[View]→[Correlogram]



Correlogram of …

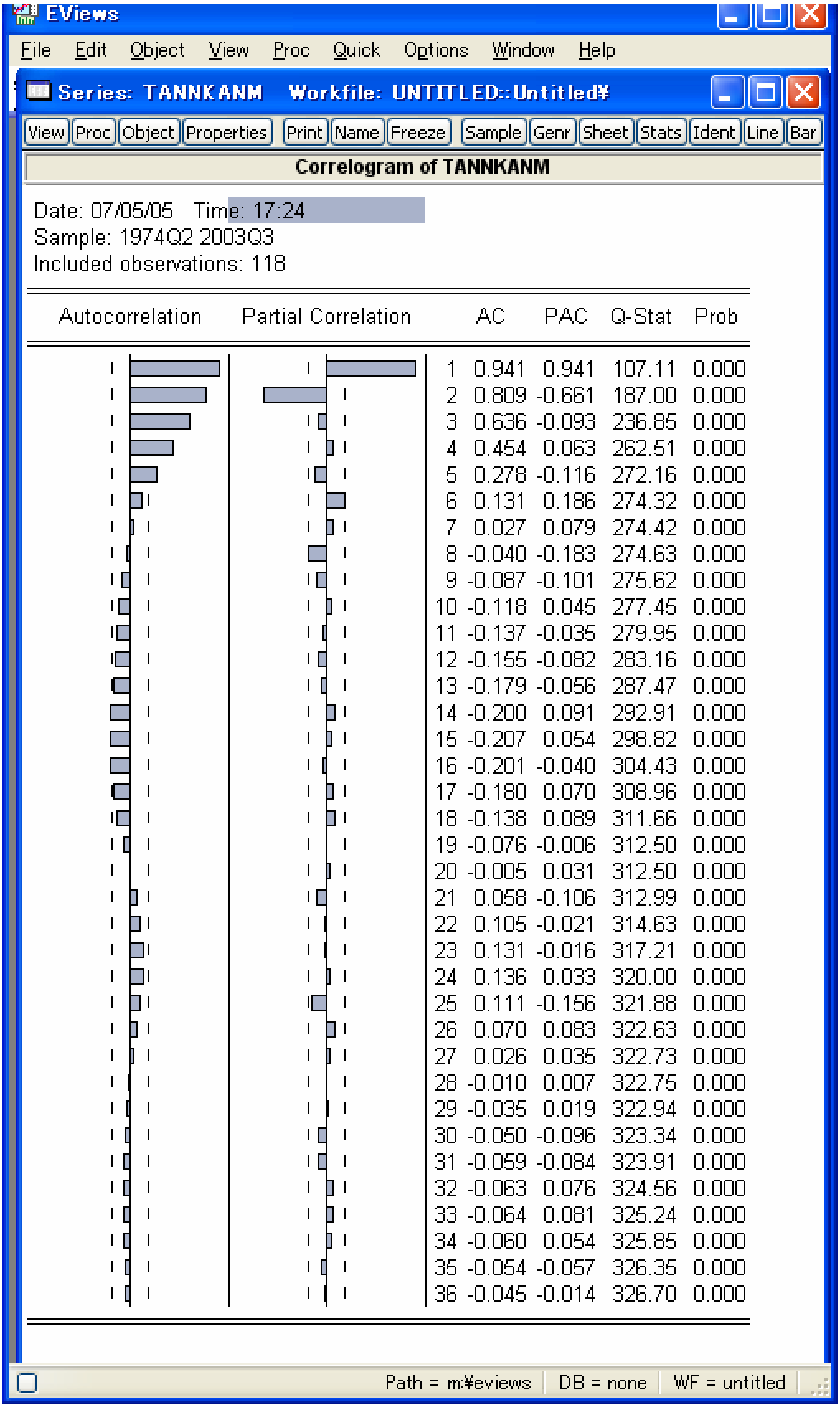
原系列か、1 階の階差か、2 階の階差のどのコレログラムをとるかを決める。

Lags to include

コレログラムをとる次数を決める。

コレログラムの基本的な見方

	自己相関係数	偏自己相関係数
AR(p)	徐々に減衰	ラグ p+1 で切断
MA(q)	ラグ q+1 で切断	徐々に減衰
ARMA(p,q)	徐々に減衰	徐々に減衰



Correlogram of TANNKANM

Date: 07/05/05 Time: 17:24
Sample: 1974Q2 2003Q3
Included observations: 118

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.941	0.941	107.11	0.000
2	0.809	-0.661	187.00	0.000
3	0.636	-0.093	236.85	0.000
4	0.454	0.063	262.51	0.000
5	0.278	-0.116	272.16	0.000
6	0.131	0.186	274.32	0.000
7	0.027	0.079	274.42	0.000
8	-0.040	-0.183	274.63	0.000
9	-0.087	-0.101	275.62	0.000
10	-0.118	0.045	277.45	0.000
11	-0.137	-0.035	279.95	0.000
12	-0.155	-0.082	283.16	0.000
13	-0.179	-0.056	287.47	0.000
14	-0.200	0.091	292.91	0.000
15	-0.207	0.054	298.82	0.000
16	-0.201	-0.040	304.43	0.000
17	-0.180	0.070	308.96	0.000
18	-0.138	0.089	311.66	0.000
19	-0.076	-0.006	312.50	0.000
20	-0.005	0.031	312.50	0.000
21	0.058	-0.106	312.99	0.000
22	0.105	-0.021	314.63	0.000
23	0.131	-0.016	317.21	0.000
24	0.136	0.033	320.00	0.000
25	0.111	-0.156	321.88	0.000
26	0.070	0.083	322.63	0.000
27	0.026	0.035	322.73	0.000
28	-0.010	0.007	322.75	0.000
29	-0.035	0.019	322.94	0.000
30	-0.050	-0.096	323.34	0.000
31	-0.059	-0.084	323.91	0.000
32	-0.063	0.076	324.56	0.000
33	-0.064	0.081	325.24	0.000
34	-0.060	0.054	325.85	0.000
35	-0.054	-0.057	326.35	0.000
36	-0.045	-0.014	326.70	0.000

Ｑ検定

　Ｑ統計量はコレログラムと同じ表に載っている。

「自己相関がない」という帰無仮説を仮定した場合の統計量。p 値で判断する。確率が小さければ「自己相関がない」という仮説が棄却され、確率が大きければ棄却されず、自己相関がある可能性があることになる。

情報量規準による次数の決定

推計

　ＡＲＭＡモデルの推計は、基本的に最小二乗法とおなじように行える。

[Quick]→[Estimate Equation]

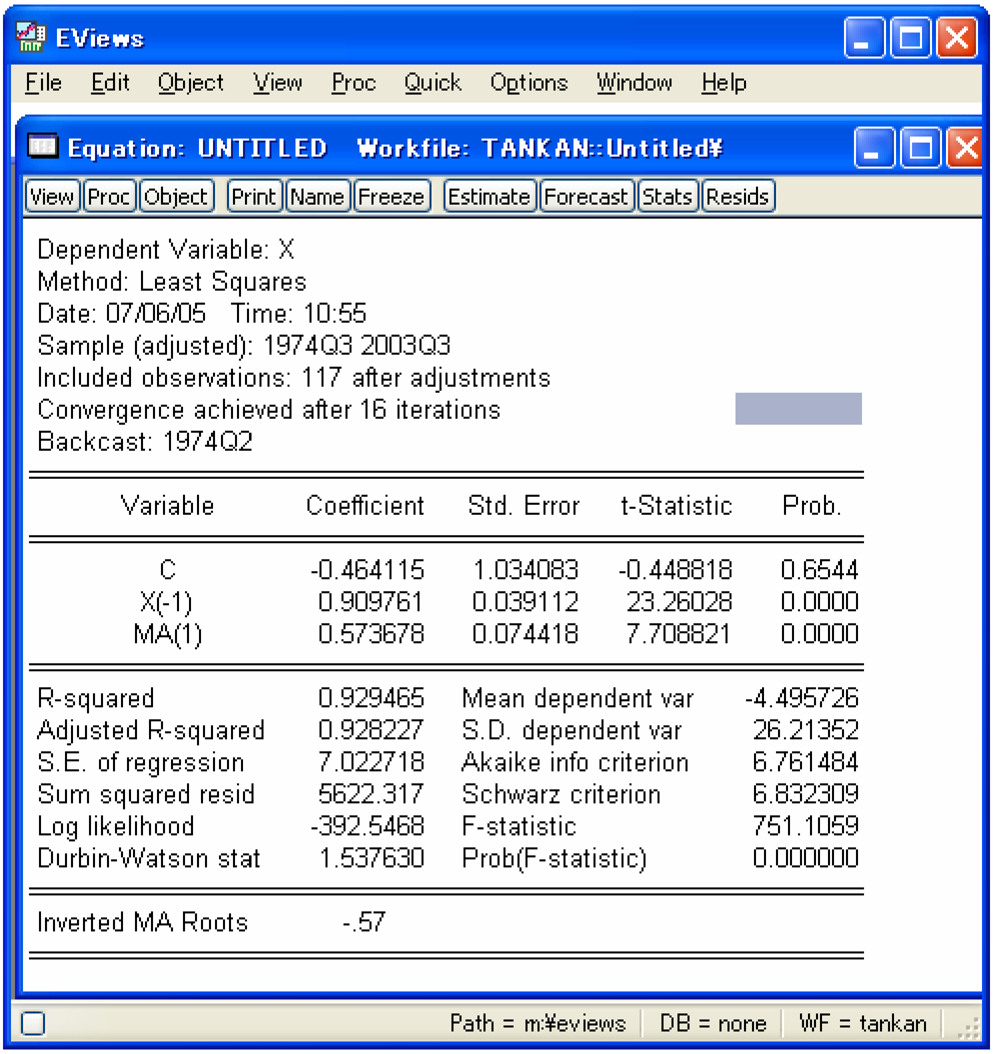
と選ぶ。Estimation Settings は「ＬＳ」のままでよい。

　Equation Specification と書いてある欄に、変数名を入力する。ＡＲの場合は、変数の後ろにカッコをつけて、次数を入力する。ＭＡの場合は、ＭＡ（q）とする。q はＭＡの次数である。変数名をＸとすると、次のように入力する。

AR(1)を推計する場合	X　C　X(-1)
MA(1)を推計する場合	X　C　MA(1)
ARMA(1,1)を推計する場合	X　C　X(-1)　MA(1)

　階差をとったＡＲＩＭＡモデルの場合は、変数の階差をとって、ＡＲＭＡモデルの形で推計する。EViews では、階差をとるには、Ｄ（変数名）とする。

ARIMA(1,1,1)を推計する場合　　D(X)　C　D(X(-1))　MA(1)



Dependent Variable: X
Method: Least Squares
Date: 07/06/05 Time: 10:55
Sample (adjusted): 1974Q3 2003Q3
Included observations: 117 after adjustments
Convergence achieved after 16 iterations
Backcast: 1974Q2

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.464115	1.034083	-0.448818	0.6544
X(-1)	0.909761	0.039112	23.26028	0.0000
MA(1)	0.573678	0.074418	7.708821	0.0000

R-squared	0.929465	Mean dependent var	-4.495726
Adjusted R-squared	0.928227	S.D. dependent var	26.21352
S.E. of regression	7.022718	Akaike info criterion	6.761484
Sum squared resid	5622.317	Schwarz criterion	6.832309
Log likelihood	-392.5468	F-statistic	751.1059
Durbin-Watson stat	1.537630	Prob(F-statistic)	0.000000

Inverted MA Roots -.57

推計結果の見方は、基本的に最小二乗法の場合と同じである。ただ、MA項も係数として表示される。基本的なARMAモデルの書き方に直せば次の式が推計できたことになる。

$$X_t = -0.4641152418 + 0.9097610087*X_{t-1} + e_t + 0.5736781896e_{t-1}$$

ＥViews　での　ＡＲ（１)、MA（１）の意味

変数を推計する場合、ＡＲ（１）とMA（１）を加えることで、具体的にどのような推計を行っているのかを説明してみよう。以下の２式の違いである。

Ｘ　Ｃ　ＡＲ（１）
Ｘ　Ｃ　MA（１）

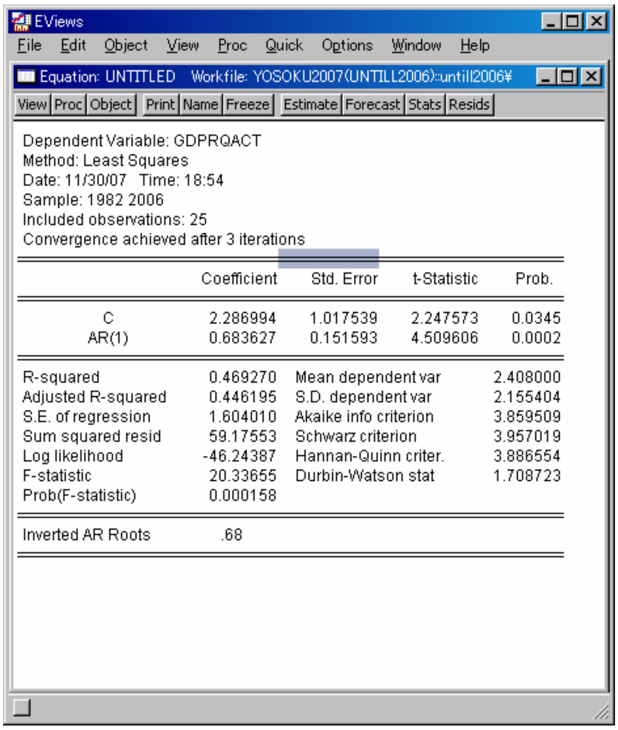
ＡＲ（１）を変数として加えた場合は次の式である。
$x_t=\alpha+e_t$
$e_t=\rho e_{t-1}+u_t$

一方MA（１）を変数として加えた場合は次の式である。
$x_t=\alpha+e_t$
$e_t=u_t+\theta u_{t-1}$

ＡＲ（１）の場合は次のように書き直すことができる。
$x_t=\alpha+e_t$　…①
$\rho x_{t-1}=\rho\alpha+\rho e_{t-1}$　…②
①－②とすると、
$x_t=(1-\rho)\alpha+\rho x_{t-1}+u_t$　…③

となり、xt に関する自己回帰モデルとなることがわかる。しかし、①を直接推計（つまり、Ｘ　Ｃ　ＡＲ（１）として計算）しても、上記で推計した ARIMA モデルの形での係数にはならないことに注意する必要がある。

次の計算結果を検討すると、係数の意味するところがわかる。両者とも推計結果の統計量は同じである。



EViews

File Edit Object View Proc Quick Options Window Help

Equation: UNTITLED Workfile: YOSOKU2007(UNTILL2006)::untill2006¥

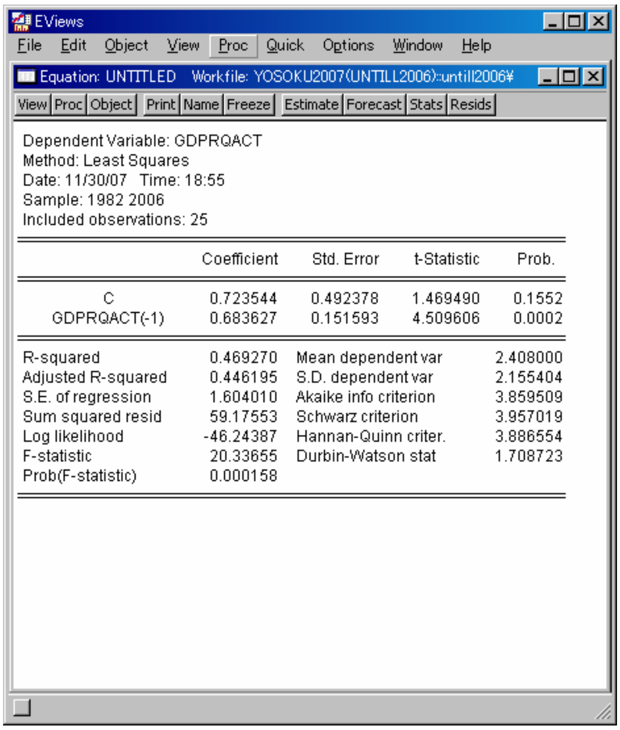
View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: GDPRQACT
Method: Least Squares
Date: 11/30/07 Time: 18:54
Sample: 1982 2006
Included observations: 25
Convergence achieved after 3 iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.286994	1.017539	2.247573	0.0345
AR(1)	0.683627	0.151593	4.509606	0.0002

R-squared	0.469270	Mean dependent var	2.408000
Adjusted R-squared	0.446195	S.D. dependent var	2.155404
S.E. of regression	1.604010	Akaike info criterion	3.859509
Sum squared resid	59.17553	Schwarz criterion	3.957019
Log likelihood	-46.24387	Hannan-Quinn criter.	3.886554
F-statistic	20.33655	Durbin-Watson stat	1.708723
Prob(F-statistic)	0.000158		

Inverted AR Roots .68



EViews

File Edit Object View Proc Quick Options Window Help

Equation: UNTITLED Workfile: YOSOKU2007(UNTILL2006)::untill2006¥

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: GDPRQACT
Method: Least Squares
Date: 11/30/07 Time: 18:55
Sample: 1982 2006
Included observations: 25

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.723544	0.492378	1.469490	0.1552
GDPRQACT(-1)	0.683627	0.151593	4.509606	0.0002

R-squared	0.469270	Mean dependent var	2.408000
Adjusted R-squared	0.446195	S.D. dependent var	2.155404
S.E. of regression	1.604010	Akaike info criterion	3.859509
Sum squared resid	59.17553	Schwarz criterion	3.957019
Log likelihood	-46.24387	Hannan-Quinn criter.	3.886554
F-statistic	20.33655	Durbin-Watson stat	1.708723
Prob(F-statistic)	0.000158		

左側は以下の式を推計している。（前ページ③式）

$x_t=(1-\rho)\alpha+\rho x_{t-1}+u_t$

＜表中のＣはα、ＡＲ（１）はρ＞

右側は以下の式を推計している。

$x_t=\alpha'+\rho x_{t-1}+u_t$

＜表中のＣはα‘、GDPRQCACT(-1)はρ＞

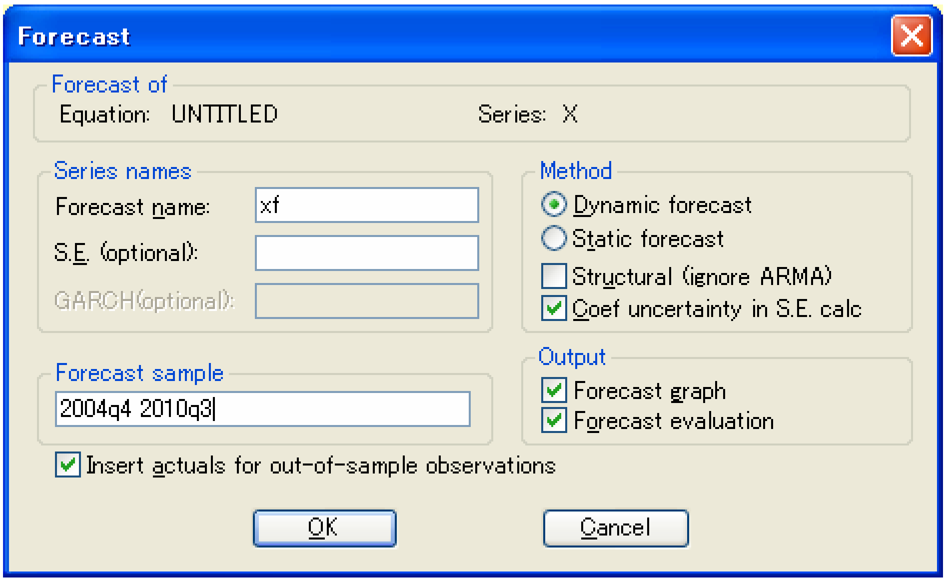
α’=(1-ρ)αであり、係数同士にはつぎのような関係がある。

0.723544=(1-0.683627)×2.286994

予測

予測をする場合は、予測期間までワークファイルの対象期間を広げる必要がある。ワークファイルを作るときに、あらかじめ予測期間を考慮して設定しておけばよい。推計期間でワークファイルを作った後で、期間を変えることもできる。バージョン４では、procs の change work file range で変更する。バージョン５では、ワークファイル上で期間が表示されているところをダブルクリックすると、「Workfile Structure」という画面が開かれるので、期間を変更する。

予測値を作成するには、推計後、[forecast]ボタンを押すと、次のメニューが表示される。



予測期間(Forecast sample)は、実績値の最終期の次の期から設定する。ＡＲＩＭＡモデルは、変数や誤差のラグを使って予測するので、実績値のない期間で予測しようとしてもできない。

Method の設定も重要である。Dynamic forecast は、予測した数値を次の期に予測する時に使うものである。Static forecast は、実績値を次の期の予測に使う。ＡＲＩＭＡモデルでは、実績値のない期間を予測するため、Static forecast では予測できない。

ＯＫを押すと予測値と、その信頼区間が表示される。予測値は、もとの系列の最後に「f」が付いた名前で保存されている。「Insert actuals for out-of-sample observations」にチェックが付いていると、予測値と実績値が接続されたデータとして保存される。

予測値と実績値を区別して見たい場合には、上記「Insert…」のチェックをはずして予測値を作り、予測値と実績値の 2 系列のグループを作って一つのグラフ上で見ればよい。

ＡＲＣＨ　モデル

ＡＲＣＨモデルとは

　ＡＲＣＨとは、Autoregressive conditional heteroskedasticity の略で、自己回帰条件付不均一分散と訳される。前の期の誤差の分散の大きさに応じて、当期の分散の大きさが決まってくるものである。

　誤差の分散の動きにＡＲモデルを適用したのがＡＲＣＨ、ＡＲＭＡモデルを適用したのがＧ－ＡＲＣＨと考えればよい。

次のようなモデルが基本である。

$$y_t = a + bx_t + e_t$$
$$e_t{}^2 = a_0 + a_1 e_{t-1}{}^2$$

　ほかのモデルもＡＲＣＨモデルのバリエーションである。

GARCH

$$y_t = a + bx_t + e_t$$
$$\sigma_t{}^2 = a_0 + a_1 e_{t-1}{}^2 + a_3 \sigma^2{}_{t-1}$$

ARCH-M

$$y_t = a + bx_t + c\sigma^2 + e_t$$
$$\sigma_t{}^2 = a_0 + a_1 e_{t-1}{}^2 + a_3 \sigma^2{}_{t-1}$$

TARCH

$$y_t = a + bx_t + e_t$$
$$\sigma_t{}^2 = a_0 + a_1 e_{t-1}{}^2 + a_3 e^2{}_{t-1} d_{t-1} + a_3 \sigma^2{}_{t-1}$$

EGARCH

$$y_t = a + bx_t + e_t$$

$$\log(\sigma_t^{\ 2}) = a_0 + a_1 \frac{e_{t-1}}{\sqrt{\sigma^2_{\ t-1}}} + a_2 \frac{|e_{t-1}|}{\sqrt{\sigma^2_{\ t-1}}} + a_3 \log(\sigma_{t-1}^{\ 2})$$

ＡＲＣＨ、ＧＡＲＣＨモデルの計算例

[Quick] → [Equation Estimation] で、method を ARCH にする。

次の画面が出てくる。

ARCH GARCH Treshold order でモデルの基本的な次数を決める。

ＡＲＣＨ

（９）の場合、ＡＲＣＨを９にしてほかはゼロ

ＧＡＲＣＨ

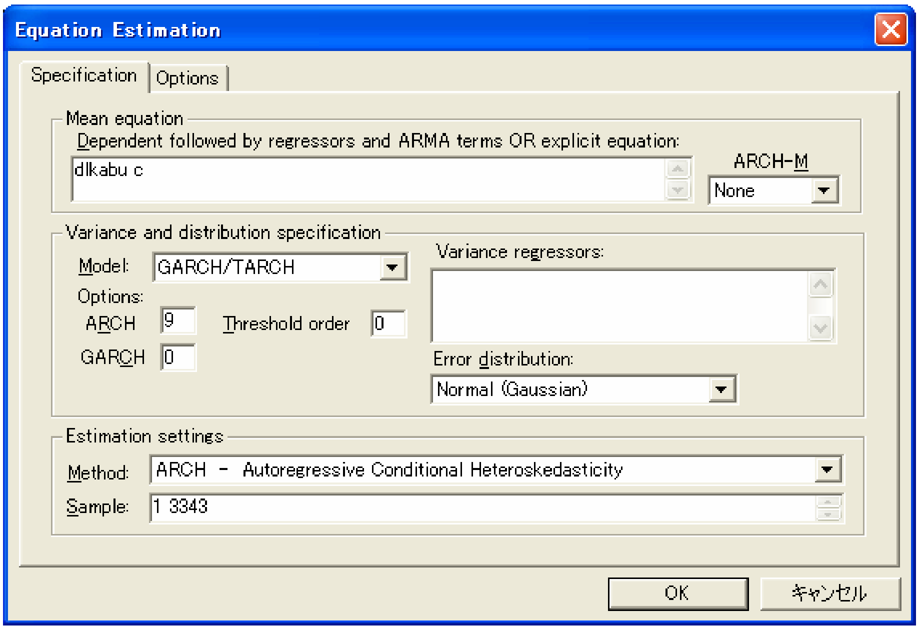
（２，２）の場合

ＡＲＣＨ−Ｍ

右上のＡＲＣＨ−Ｍで、説明変数とする変数を選ぶ。

ＴＡＲＣＨ

の場合、Ｔ１にする



たとえば、Ｔ－ＡＲＣＨの場合の出力例は次のようになる。

Dependent Variable: DLKABU
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution
Date: 02/28/06 Time: 14:46
Sample: 1 3343
Included observations: 3343
Convergence achieved after 14 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	0.147375	0.069059	2.134049	0.0328
C	-0.001996	0.000954	-2.093027	0.0363
	Variance Equation			
C	7.27E-06	9.72E-07	7.478591	0.0000
RESID(-1)^2	0.096103	0.008913	10.78177	0.0000
GARCH(-1)	0.875281	0.011545	75.81605	0.0000

R-squared	-0.000123	Mean dependent var	-0.000416
Adjusted R-squared	-0.001321	S.D. dependent var	0.015423
S.E. of regression	0.015433	Akaike info criterion	-5.643920
Sum squared resid	0.795008	Schwarz criterion	-5.634775
Log likelihood	9438.812	Durbin-Watson stat	2.029021