

## 第10章 くさりのない犬

はじめに

この章では、単位根検定や、共和分検定を説明する。データが単位根を持つ系列の場合、見せかけの相関をする場合があり、推計結果が信用できなくなる。

経済分析の手順として、系列が定常系列か単位根を持つ非定常系列かを見極め、定常系列であればそのまま推計し、非定常系列であれば階差をとって推計するのが一般的である。

### 1. ランダムウォーク

最も簡単な単位根を持つ系列としてランダムウォークがある。ランダムウォークとは、次のような式であらわされる系列である。

$$y_t = y_{t-1} + e_t$$

AR(1)モデルで、 $y_{t-1}$ の係数が1の場合と考えられる。

### 2. 時系列データの種類

ランダムウォークのほか、時系列分析でよく使う概念を整理すると次の表のようになる。表でみるように、実際には同義ではないが、最初にあまり混乱しないためには次のようにまず考えるほうがよい。

$$\text{非定常系列} = \text{単位根系列} = I(1) = \text{ランダムウォーク}$$

#### 時系列の種類

定常系列	平均、分散が一定		
	ARMAモデル $I(0)$ ホワイトノイズ	階差をとらずに定常	
非定常系列	平均または分散が一定でない		
	発散系列	経済変数にはあまりない	
	単位根系列	時間とともに分散が拡大	
		$I(1)$	階差を1回とると定常
			ランダムウォーク
ドリフト付きランダムウォーク トレンド・ドリフト付きランダムウォーク			
$I(2)$ など	階差を2回とると定常		

### 3. みせかけの相関

単位根系列が注目されるのは、これを持つ変数同士の回帰には意味がないためだ。

単位根系列で代表的なドリフト付きランダムウォークを発生させてそれを確かめてみよう。y と x という変数名の系列をを作成する。

$$y_t = 0.5 + y_{t-1} + e_t$$

$$x_t = 0.1 + x_{t-1} + e_t$$

初期値を y は 10、x は 100 とし、e は標準正規分布（平均ゼロ、標準偏差 1）をする誤差項とする。

次に y に x を回帰する。つまり次式を推計する。

$$y_t = a + bx_t + e_t$$

推計した推計結果は誤差項の発生値が違いため、以下の結果と同じにならないが、決定係数が高い t 値が有意 ダービン・ワトソン比が低い - - といった症状を示すはずである。

x と y はランダムに発生された系列であり、本来関係のない系列である。それにもかかわらず、最小二乗法の推定では、ダービン・ワトソン比以外は満足のいく結果となる。

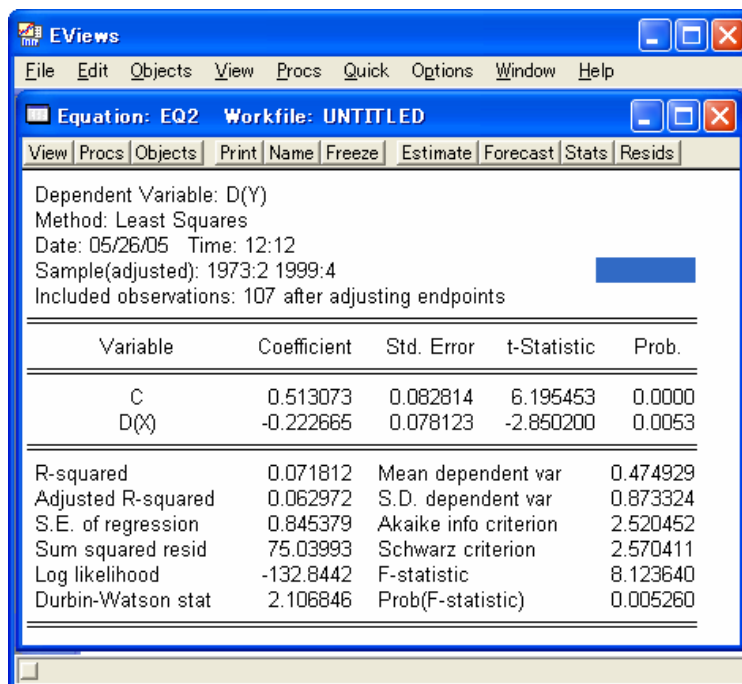
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-175.6849	8.970065	-19.58569	0.0000
X	1.930358	0.080881	23.86656	0.0000

R-squared	0.843105	Mean dependent var	38.02126
Adjusted R-squared	0.841625	S.D. dependent var	13.92055
S.E. of regression	5.539867	Akaike info criterion	6.280163
Sum squared resid	3253.153	Schwarz criterion	6.329832
Log likelihood	-337.1288	F-statistic	569.6126
Durbin-Watson stat	0.190607	Prob(F-statistic)	0.000000

これらの系列が本来関係がないことは、両者の階差をとるとわかる。次の式を推計することだ。

$$y_t = a + b x_t + e_t$$



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.513073	0.082814	6.195453	0.0000
D(X)	-0.222665	0.078123	-2.850200	0.0053

R-squared	0.071812	Mean dependent var	0.474929
Adjusted R-squared	0.062972	S.D. dependent var	0.873324
S.E. of regression	0.845379	Akaike info criterion	2.520452
Sum squared resid	75.03993	Schwarz criterion	2.570411
Log likelihood	-132.8442	F-statistic	8.123640
Durbin-Watson stat	2.106846	Prob(F-statistic)	0.005260

#### 4. 単位根検定

単位根検定は、ある系列が定常か非定常かについて検討するものである。変数 X が次式で表される場合、単位根を持つ系列となる。

$$X_t = X_{t-1} + e_t$$

単位根のある系列 (I(1)) は、階差をとると定常になる。

単位根検定メニューに行くには 2 種類の方法がある。ここでは実質 GDP (系列名 "GDP95") の単位根検定を例にする。

ワークファイルで

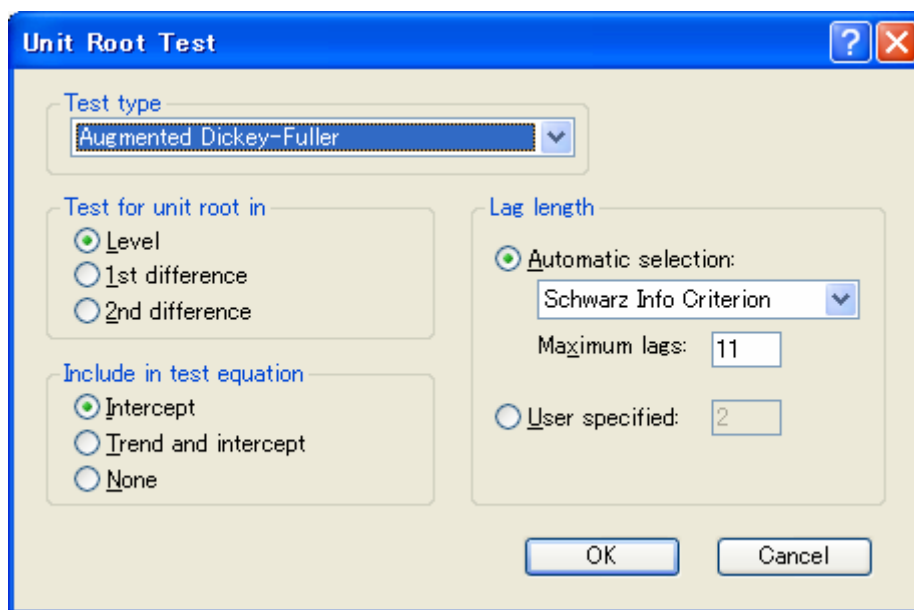
[Quick] [Series Statistics] [Unit Root Test]

を選んで、系列名を入力する。

または、"GDP95" をダブルクリックして、以下のメニューを選ぶ。

[View] [Unit Root Test]

次のような画面となる。



画面にあるオプションの内容は次の通りである。

#### Test type

単位根検定にはさまざまな種類があるが、ここでは代表的なディッキーフラートテストを行う。検定する式の誤差項にラグを想定しない場合がディッキーフラートテストで、ラグを想定した場合が ADF（拡張されたディッキー・フラート）テストと呼ばれる。

#### Test for unit root in

何階の階差で定常になるかを調べる。まず”level”で単位根検定し、定常であればその系列は I(0)である。次に 1st Difference で調べ、定常になれば、I(1)となる。金利は I(0)、トレンドを持つようなほかの変数は I(1)になる可能性が高い。

#### Include in test equation

検定する式の形を決める。

trend and intercept  $y_t = C + (-1)y_{t-1} + \text{TREND} + e$

Intercept  $y_t = C + (-1)y_{t-1} + e$

None  $y_t = (-1)y_{t-1} + e$

#### Lag length

誤差項のラグを何期とるかを定める。ゼロの場合がディッキーフラートテストになる。ラグが 1 の場合、2 の場合は次のように書ける。

1 の時  $e_t = \alpha + e_{t-1} + \epsilon_t$

2 の時  $e_t = \alpha + \beta e_{t-1} + \epsilon_t$

EViews では、ラグを自動的に選択するプログラムを使うことができる (Automatic selection)。ラグを選ぶ時の基準となる統計量も選べるようになっている。SBIC 基準で選ぶのが標準だ。

## 5 . ディッキーフルーテストの実行

まず、最も単純なディッキーフルーテストを実行してみよう。オプションは次のものを選択する。定数項付きで推計し、ラグの長さをゼロとする。

Test type	Augumented Dicky-Fuller
Test for unit root in	level
Include in test equation	Intercept
Lag length	User specified: 0

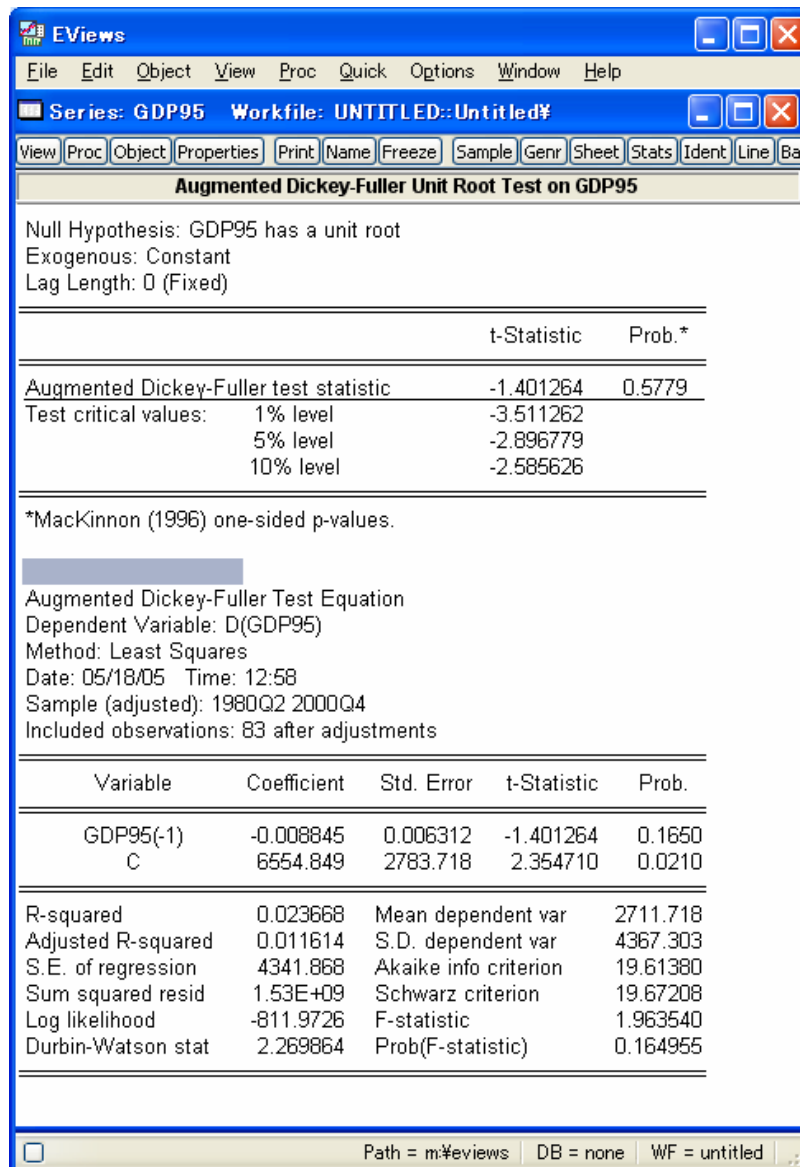
これは、次の式の  $\alpha$  が 1 かどうかを検定することを目的としている。

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \epsilon_t$$

$\alpha$  が 1 なら単位根を持つことになる。  $\beta$  の分布は計算できないので、次のような形に変形して、最小二乗法で推計する。

$$y_t - \beta y_{t-1} = \alpha + \epsilon_t$$

$\alpha$  がゼロかどうかを検定する。この場合も  $t$  分布にはならず、左側に寄った分布になるが、臨界値などは計算されるので、検定を行うことができる。



この検定は次の式を推計して、係数である-0.008845 がゼロと有意に違うかどうかの検定だ。

$$D(\text{GDP95}) = 6554.849 - 0.008845 * \text{GDP95}(-1)$$

検定等計量は t 値 (t-Statistic) だが、通常の係数の場合と臨界値が違う。10%レベルで、「係数がゼロである」という帰無仮説を棄却するには、t 値が-2.59 よりも小さくならなければならない。推計した t 値は-1.40 であり、「係数がゼロである」という帰無仮説が棄却できない。つまり、実質 GDP は単位根を持つという結論になる。

## 6 . コマンドやプログラムでの操作

コマンドやプログラムで使う場合は次のような書式となる。

コマンド           uroot(オプション) 系列名  
プログラム        系列名.uroot(オプション)

代表的なオプションには次のようなものがある。

検定する式の形   const   trend    none  
検定法            adf       pp  
誤差のラグ数     lag=整数   標準設定では"a" (自動設定)  
自動ラグ決定機能を使う場合の基準等計量   info=sic,aic など。  
結果の保存        save=行列名

## 7. 共和分検定

単位根を持つ系列同士でも、長期的には関係を持っている系列があり、それらの系列を「共和分の関係にある」と呼ぶ。

共和分の検定には、グレンジャー・アングル検定 ヨハンセンの検定 などがある。変数同士がエラーコレクションモデルの形で表現できれば共和分の関係にあることも知られている。

## 8. グレンジャー・アングル検定

変数  $y$  と  $x$  に共和分の関係があるかどうかを調べるには、両者を回帰させた誤差が単位根を持つかどうかを検定すればよい。

$$y_t = a + bx_t + u_t$$

$u_t$  が定常系列であれば共和分の関係にあり、単位根系列であれば、共和分の関係ではない。

EViews の操作

まず最小二乗法で、推計する。

[Quick] [Estimate Equation]

最小二乗法のウィンドウが出てくるので、次の文字列を入力する。

cp95 c gdp95

[OK]を押す。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6555.685	2229.353	2.940622	0.0043
GDP95	0.531495	0.005041	105.4320	0.0000

R-squared	0.992677	Mean dependent var	238121.2
Adjusted R-squared	0.992588	S.D. dependent var	40686.26
S.E. of regression	3502.824	Akaike info criterion	19.18405
Sum squared resid	1.01E+09	Schwarz criterion	19.24192
Log likelihood	-803.7300	F-statistic	11115.91
Durbin-Watson stat	0.379541	Prob(F-statistic)	0.000000

この推計による残差を一つの系列として作成する。

方程式オブジェクト:[Proc] [Make Residual Series...]

次のウインドウでは residual type は ordinary のままとし、残差に適当な名前をつける。標準では"resid01"があらかじめ入っている。

[OK]を押すと、残差系列のオブジェクトが表示される。この系列に対して単位根検定を行う。ワークファイルに戻って系列オブジェクト"resid01"をダブルクリックする。

系列オブジェクト:[View] [Unit Root Test...]

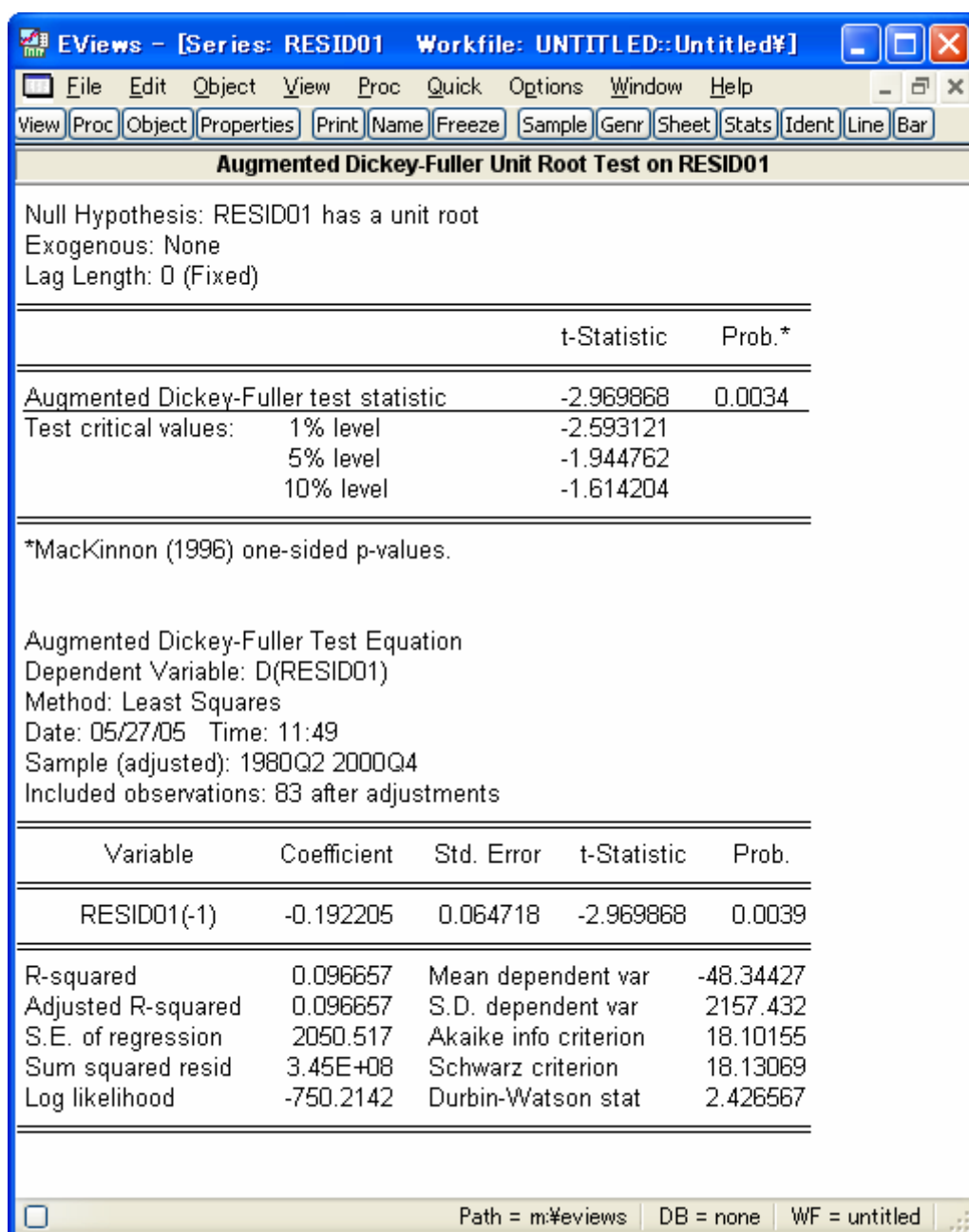
残差系列は推計されたものなので、通常の単位根系列の臨界値とは異なることに注意す



る必要がある。残差の和はゼロになるので、ドリフト付きやトレンド付きなどではなく、通常のランダムウォークを選ぶ。ラグも考慮しなくてもよい。

#### 単位根ウィンドウでの設定

Test type	Augumented Dicky-Fuller
Test for unit root in	level
Include in test equation	none
Lag length	auto



## 9 . エラーコレクションモデル

エラーコレクションモデルは、次のようなモデルを推計するものだ。

$$\begin{aligned} yt &= xt - et-1 + ut && \text{(短期的関係)} \\ et &= yt - a - bxt && \text{(長期的関係)} \end{aligned}$$

実際の推計では、まず長期的関係を推計し、その残差を説明変数の一つとする短期的関係を推計する。

長期的関係の推計は、アングル・グレンジャー検定の推計の際の残差の作成法と同じなので省略する。

長期的関係の残差が作成できたらそれを説明変数として、短期的関係を推計する。最小二乗法のウィンドウで次の文字列を入力する。残差系列の名前は”resid01”とする。残差は当期でなく、一期前の変数を使うことに注意する。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(GDP95)	0.615184	0.044349	13.87148	0.0000
RESID01(-1)	-0.165618	0.065270	-2.537446	0.0131

R-squared	0.695508	Mean dependent var	1392.920
Adjusted R-squared	0.691749	S.D. dependent var	3636.914
S.E. of regression	2019.228	Akaike info criterion	18.08262
Sum squared resid	3.30E+08	Schwarz criterion	18.14090
Log likelihood	-748.4287	Durbin-Watson stat	2.220074

グレンジャー・アンゲル検定では、共和分の関係は否定されたが、エラーコレクションモデルは成り立っている。残差項の t 値は - 2.5 で、有意にマイナスである。

#### プログラム

```
equation eq1.ls cp95 c gdp95          長期的関係の推計
eq1.makesresids res01                上記方程式の残差を"res01"という変数として登録
equation eq2.ls d(cp95) d(gdp95) res01(-1)  短期的関係の推計

show eq1 eq2                          方程式の表示
```

